

1-практикалық сабақ

1 Интегралдаудың негізгі әдістері

1.1 Қарапайым әдістерді қолданып интегралдау

Қарапайым әдістер деп ретінде интеграл астындағы өрнектерге (функцияларға) тепе-тең түрлендірулер жасау арқылы немесе анықталған интегралдың қасиеттерін қолдану арқылы кестелік интегралға келтіру әдістерін айтамыз.

$$\text{Мысал 1. } \int \frac{dx}{x+3} = \int \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln|x+3| + C;$$

$$\text{Мысал 2. } \int \frac{du}{\sqrt{4-3x^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \int \frac{d(\sqrt{3}x)}{\sqrt{(2)^2 - (\sqrt{3}x)^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{\sqrt{3}x}{2} + C;$$

$$\text{Мысал 3. } \int \operatorname{tg} u \, du = \int \frac{\sin u \, du}{\cos u} = - \int \frac{d(\cos u)}{\cos u} = -\ln|\cos u| + C;$$

1.2 Айнымалыны ауыстыру әдісін қолданып интегралдау

$$\text{Мысал 4. } \int \ell^{\frac{x}{4}} dx \text{ тап.}$$

Шешуі: $x=4t$ деп белгілесек, онда $dx=4dt$. Сонымен, $\int \ell^{\frac{x}{4}} dx = 4 \int \ell^t dt = 4\ell^t + C$.

$$\text{Мысал 5. } \int x\sqrt{x-3} \, dx \text{ тап.}$$

Шешуі: $\sqrt{x-3}=t$ болсын, онда $x=t^2+3$, $dx=2t \, dt$. Сондықтан

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{x-3} \, dx &= \int (t^2+3)t \, 2t \, dt = 2 \int (t^4+3t^2) \, dt = 2 \int t^4 \, dt + 6 \int t^2 \, dt = \frac{2}{5}t^5 + 2t^3 + C = \\ &= \frac{2}{5}(x-3)^{\frac{5}{2}} + 2(x-3)^{\frac{3}{2}} + C. \end{aligned}$$

Берілген интегралдарды табу керек және нәтижелерін дифференциалдау арқылы тексеру керек:

$$1. \int (5x^7 - 3\sqrt{x^3} + \frac{3}{x^4}) dx;$$

$$2. \int (3 \sin x + 2^x 3^{2x} - \frac{1}{9+x^2}) dx;$$

$$3. \int \sqrt[7]{(5x+3)^3} dx;$$

$$4. \int (\sin 7x - e^{3-2x} + \frac{1}{\cos^2 4x}) dx;$$

$$5. \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx;$$

$$6. \int (e^{2x} + e^{-2x}) dx; \quad 7. \int \operatorname{ctg}^3 x dx; \quad 8. \int \frac{x^2-9}{x^2+9} dx; \quad 9. \int \frac{dx}{x^2-6x+7}$$

Анықталмаған интегралдарды айнымалыларды ауыстыру әдісін қолданып табу керек:

$$1. \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+3}}; \quad 2. \int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x \ln x} dx; \quad 3. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}; \quad 4. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 + 9}}; \quad 5. \int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{e^x + 1}}.$$

Жауаптары:

$$1. 2(\sqrt{x+3} - \ln |1 + \sqrt{x+3}|) + C \quad 2. 2\sqrt{1 + \ln x} - \ln \ln x + 2 \ln |\sqrt{1 + \ln x} - 1| + C;$$
$$3. 2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 4(1 + \sqrt[4]{x}) + C; \quad 4. C - \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{9x}; \quad 5. 2/3(e^x - 2)\sqrt{e^x + 1} + C.$$

Қолданылған оқулықтар:

1. Хисамиев Н.Г. Тыныбекова С.Д. Конырханова А.А. Математика I. ШҚМТУ, 2008
2. Хисамиев Н.Г. Тыныбекова С.Д. Конырханова А.А. Математика II. ШҚМТУ, 2008
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Т.1,2 М.:Наука, 2011г.
4. ЖҮТ Айдос Е.Ж. Жоғары математика. 1,2,3 бөлім Бастау, 2008
- 5 Сборник ИДЗ по высшей математике. Под редакцией Рябушко А.П., ч.1,2,3 Минск, «ВШ», 2011г.